



## Statistics and accuracy of basic random processes

Baxora MURATOVA<sup>1</sup>

Karshi branch of the Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization engineers

---

### ARTICLE INFO

**Article history:**

Received October 2021

Received in revised form

15 October 2021

Accepted 20 November 2021

Available online

15 December 2021

---

**Keywords:**

random processes,  
statistical estimation,  
covariance functions,  
spectral density,  
periodogram.

---

### ABSTRACT

This article discusses the levels of accuracy of the results obtained by chance, when observing the main random processes. Random processes certainly happen by chance, but we must be able to bring these processes to a certain degree of statistical accuracy. Since statistics is an exact science, it includes specific facts, formulas and numbers. Then the main goal of research is achieved. The possibility of developing a theory of random processes based on accuracy is considered.

2181-1415/© 2021 in Science LLC.

DOI: <https://doi.org/10.47689/2181-1415-vol2-iss11/S-pp406-409>

This is an open access article under the Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

## Asosiy tasodify jarayonlar statistikasi

---

### АННОТАЦИЯ

Maqola asosiy tasodify jarayonlarni kuzatishdan olingan natijalarning aniqlik darajasiga bag`ishlangan. Tasodify jarayonlar, albatta, tasodif sababli yuzaga keladi, biroq biz ushbu jarayonlarni statistika yuzasidan ma'lum bir darajada aniqlikka olib kela olishimiz lozim. Chunki statistika aniq fan bo`lib, unda aniq faktlar, formulalar va raqamlar ishtirok etadi, biz statistik bahoni siljimagan, deb qaraymiz. Shunda asosiy maqsadimizga yetamiz. Sababi, biz aniqlikka asoslangan tasodify jarayonlar nazariyasini ishlab chiqishimiz lozim.

---

**Калип сўзлар:**  
tasodify jarayonlar,  
statistik baho,  
kovariatsion funksiyalar,  
spektr zichligi,  
periodogramma.

<sup>1</sup> Assistant, Karshi branch of the Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers, Karshi, Uzbekistan.

## Статистика и точность основных случайных процессов

### АННОТАЦИЯ

#### **Ключевые слова:**

случайные процессы,  
статистическая оценка,  
ковариационные функции,  
спектральная плотность,  
периодограмма.

В данной статье рассмотрены уровни точности результатов, полученных случайно, при наблюдении основных случайных процессов. Случайные процессы, безусловно, происходят случайно, но мы должны уметь довести эти процессы до определенной степени статистической точности. Поскольку статистика – это точная наука, она включает в себя конкретные факты, формулы и числа. Тогда достигается основная цель исследований. Рассмотрена возможность разработки теории случайных процессов, основанную на точности.

Asosiy tasodifiy jarayonlarni kuzatishda etiborimizni keng manodagi statsionar tasodifiy jarayonni kuzatish natijalarini kuzatamiz.  $\xi(1), \xi(2), \dots, \xi(T)$  –bu  $\xi(t)$  keng ma'nodagi statsionar tasodifiy jarayonni  $T$  marta kuzatish natijalari bo'lsinki,  $t = \dots, -1, 0, 1, \dots$ .  $\xi(t)$  –diskret parametrli tasodifiy jarayon bo'lsin.  $\xi(t)$  tasodifiy jarayon matematik kutilmasi  $M\xi(t) = M$ , kovariatsion funksiyalar ketma-ketligi  $cov(\xi(t), \xi(t+h)) = M(\xi(t) - M)(\xi(t+h) - M) = R(h)$  kabi berilgan, bunda  $t = \dots, -1, 0, 1, \dots$  va  $h = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .  $\xi(t)$ ning spektr funksiyasi absolyut uzluksiz funksiya bo'lsa, mavjud spektr zichligi  $f(\lambda)$ ,  $-\pi \leq \lambda \leq \pi$  bo'ladi. U holda ma'lumki,

$$R(h) = \int_{-\pi}^{\pi} \cos \lambda h f(\lambda) d\lambda = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda h} f(\lambda) d\lambda,$$

$h = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  o'rinnlidir.

Agar

$$\sum_{h=-\infty}^{+\infty} |R(h)| = R(0) + 2 \sum_{h=1}^{\infty} |R(h)| < \infty$$

bo'lsa, ya'ni qator yaqinlashuvchi bo'lsa,  $\xi(t)$ ning  $f(\lambda)$  spektr zichligi uzluksiz bo'ladi hamda

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} R(h) \cos \lambda h = \frac{1}{2\pi} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} R(h) e^{i\lambda h}$$

munosabatlar o'rinnlidir.

Matematik kutilma  $M\xi(t) = \mu$  ning siljimagan statistik bahosi deb

$$\bar{\xi} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \xi(t)$$

ni olamiz.

Agar  $\mu = M\xi(t)$  aniq son bo'lsa,  $R(h)$  kovariatsion funksiya uchun siljimagan baho deb

$$\bar{R}(h) = \bar{R}(-h) = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} (\xi(t) - \mu)(\xi(t+h) - \mu)$$

$h = 0, 1, \dots, T-1$  ni olamiz.

Agar  $\mu = M\xi(t)$  matematik kutilma noma'lum bo'lsa, u holda

$$\bar{R}^*(h) = \bar{R}^*(-h) = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} (\xi(t) - \bar{\xi}_h)(\xi(t+h) - \bar{\xi}_h)$$

ni  $R(h)$  kovariatsion funksiya statistik bahosi qaraladi.  
bunda,

$$\bar{\xi}_h = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} \xi(t), \quad h = 0, 1, \dots, T-2$$

va

$$\bar{\xi}_h^* = \frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} \xi(t+h), \quad h = 0, 1, \dots, T-2$$

$f(\lambda)$  spektr zichligi statistik bahosi deb ushbu periodogrammani, ya'ni

$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T (\xi(t) - \mu) e^{it\lambda} \right|^2, \quad \pi \leq \lambda \leq \pi$$

(agar  $\mu = M\xi(t)$  noma'lum bo'lsa), yoki

$$I_T(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T (\xi(t) - \bar{\xi}) e^{it\lambda} \right|^2, \quad \pi \leq \lambda \leq \pi$$

ni olish mumkin.

$$R(o) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) d\lambda$$

ekani ma'lum.

**Teorema.** Agar

$$\sum_{h=-\infty}^{+\infty} R(h) \cos \lambda h < \infty$$

bo'lsa,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} MI(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} R(h) \cos \lambda h$$

o'rindidir. Agar  $f(\nu)$  funksiya  $\nu = \lambda$  nuqtada uzlucksiz bo'lsa,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} MI(\lambda) = f(\lambda)$$

o'rini, ya'ni periodogramma  $f(\lambda)$  spektr zichlikning asimptotik siljimagan statistic bahosidir.

**Isboti.** Osonlik bilan isbotlash mumkinki,

$$MI(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h=-(T-1)}^{T-1} \left( 1 - \frac{|h|}{T} \right) R(h) \cos \lambda h =$$

chunki

$$\bar{R} = C_h = C_{-h} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-h} (\xi(t) - M)(\xi(t+h) - M)$$

va

$$MC(h) = (T - |h|)R(h) \cdot \frac{1}{T}$$

munosabatga va lemmaga asosan o'rini bo'ladi.

$$MI(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{s,t=1}^T \cos v(t-s) \cos \lambda(t-s) f(v) dv =$$

ni olish mumkin.

### **Adabiyotlar ro`yxati**

- 1.V.Ye.Gmurman. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent O'qituvchi, 1977.
- 2.И. Г. Журбенко»Спектральный анализ временных рядов» издательство МГУ, 1982.
3. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. - 2-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
6. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах М.: 2003.
7. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М.: Высшая школа, 1984.
8. Кибзун А. И., Горяннова Е. Р., Наумов А. В., Сиротин А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами / Учебн. пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.