Жамият ва инновациялар –
Общество и инновации –
Society and innovations
Journal home page:
https://inscience.uz/index.php/socinov/index

Several methods of increasing the effectiveness of practical training in explaining the topics of indeterminate and definite integrals in secondary school pupils

Mehribon SOLAEVA[1]

Chirchik State Pedagogical Institute

ARTICLE INFO

Article history:
Received October 2021
Received in revised form
15 November 2021
Accepted 20 December 2021
Available online
15 January 2022

Keywords:
function,
indefinite integrals,
exact integrals,
divisibility in integers and
methods of variable
substitution.

ABSTRACT

In this article, the position of several examples and questions necessary to improve the effectiveness of practical training sessions is analyzed. Namely, indefinite and definite integrals in general secondary education. In addition, the effective organization of the preparation of graduates of general secondary education to receive benefits for admission to higher education institutions is evaluated.

DOI: https://doi.org/10.47689/2181-1415-vol2-iss11/S-pp253-257

Умумий ўрта таълим ўқувчиларида аниқмас ва аниқ интеграллар мавзуларини тушунтиришда амалий машғулотлар самарасини оширишнинг бир нечта усуллари

Калит сўзлар:
функция,
аниқмас интеграллар,
аниқ интеграллар,
аниқ интегралларда бўлаклаш ва ўзгарувчи алмаштириш усуллари.

АННОТАЦИЯ

Ушбу мақолада умумий ўрта таълимда аниқмас ва аниқ интегралларни ўргатишда амалий дарслар самарадорлигини ошириш учун бир нечта мисол ва масалаларнинг ўрнини таҳлил қиламиз. Бундан ташқари, умумий ўрта таълим битирувчиларининг олий таълим муассасаларига кириш имтиҳонларига тайёргарлигини самарали ташкил қилиш ҳам таҳлил қилинади.

[1] Teacher Chirchik State Pedagogical Institute. Chirchik, Uzbekistan. E-mail: mehribonsolaeva@gmail.com.

Некоторые методы повышения эффективности практических занятий по объяснению тем о неопределённых и определённых интегралах у учащихся средней школы

Ключевые слова:
функция,
неопределенные интегралы,
точные интегралы,
делимость в целых числах
и методы подстановки переменных.

АННОТАЦИЯ

В данной статье, анализируется положение нескольких примеров и вопросов, необходимых, для повышения эффективности практических занятий по обучению. А именно, неопределенным и определенным интегралам в общем среднем образовании. Кроме того, оценивается эффективная организация подготовки выпускников общего среднего образования, к получению льгот при поступлении в высшие учебные заведения.

Ҳар бир табиий, аниқ фанлар математика фанига боғлиқ ва математика фанининг бу фанлар ривожидаги ўрни катта ҳисобланади. Масалан, аниқ ва аниқмас интеграллар мавзуларини оладиган бўлсак, бу мавзунинг жуда кўп фанларга алоқадорлигини ва бу фанларнинг баъзи бўлимларида ўз ўрни борлигини кўришимиз мумкин. Шулардан келиб чиққан ҳолда ўқувчиларга аниқ ва аниқмас интеграллар мавзуларини ва уларнинг татбиқларини қандай тушунтириш мумкин саволига ушбу мақолада жавоб берамиз. Яъни бир қатор функцияларнинг аниқмас интегралларини ҳисоблаш ва аниқ интегралларни топиш усулларини кўрсатиб ўтамиз. Шу билан бир қаторда, умумий ўрта таълим ўқувчиларини математика дарсларида фаоллаштириш ва фанга бўлган қизиқишларини оширишга ҳам эътибор қаратамиз.

Эндиликда биз қуйида аниқмас интеграллар ҳамда аниқ интеграллар мавзуларини ўқувчилар ўзлаштиришларида бир қатор фаоллаштириш учун мисол ва масалалар ҳамда уларни ечиш усулларини кўриб ўтамиз.

Мисол: $\int(6x^2-3x+5)dx\int(6x^2-3x+5)dx$ аниқмас интегрални ҳисобланг.

Ечиш: бу мисолни ечиш учун юқоридаги қоида ва хоссалардан фойдаланамиз:

$$\int(6x^2-3x+5)dx=\int 6x^2dx-\int 3xdx+\int 5dx=6\int x^2dx-3\int xdx+5\int dx=$$

3

$$\int(6x^2-3x+5)dx=\int 6x^2dx-\int 3xdx+\int 5dx=6\int x^2dx-3\int xdx+5\int dx=$$

3

Шу ва шунга ўхшаган мисоллар ёрдамида мактаб ўқувчиларига интеграллаш қоидалари ва хоссаларини ўргатиш мумкин. Бундай мисоллар ёрдамида ўқувчилар бирмунча мавзу тўғрисида тушунчага эга бўлади ва “Зинама-зина” методини қўллашга асос бўлади дейиш мумкин. Сабаби, ушбу мисол осон бўлиб, ўқувчиларга осонликдан қийинликка босқичма-босқич мавзуни ўргатишда асос бўлади.

Кейинги масалалардан бири бу аниқ интегралларда интеграллаш усулларига оид мисол ва масалалар ечишни ўргатишдир. Бугунги кунга келиб, олий таълим муассасаларига кириш имтиҳонларида интеграллаш усулларига оид бир қатор мисоллар учраб туради. Масалан, интеграллашда ўзгарувчиларни алмаштириш ва бўлаклаб интеграллаш каби усуллар ёрдамида ечимини топиш мумкин бўлган мисоллар бор. Шунинг учун қуйида бир нечта мисолларни таҳлил қиламиз.

Мисол: $\int \sin^3 x \cos x dx$ интегрални ҳисобланг.

Ушбу мисолни икки хил усулда ҳисоблаш мумкин. Бу иккала усул ҳам ўзгарувчиларни алмаштириш усулига таянади.

Биринчи усул шундан иборатки, интеграл белгиси остидаги ифоданинг бир қисмини дифференциаллаш белгиси остига киритамиз. $\int \sin^3 x \cos x dx = \int \sin^3 x d(\sin x)$ бу ифодадан $t = \sin x$ белгилаш киритамиз. Бундан интеграл қуйидаги кўринишга келади: $\int \sin^3 x d(\sin x) = \int t^3 dt$ бу эса оддий даражали функциянинг интеграли эканлиги кўриниб турибди. Демак, $\int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C$ эканлиги келиб чиқади ва мисол ишланди.

Энди бу мисолни ишлашнинг иккинчи усулига тўхталадиган бўлсак , иккинчи усулда худди шу қилинган ишлар бажарилади, фақат дифференциаллаш белгиси остига киритилмайди, яъни $t = \sin x$ белгилаш киритилади ва $dt = d(\sin x) = \cos x dx$ эканлигида бажарган белгилашларимизни ўрнига қўйиб чиқамиз. $\int \sin^3 x \cos x dx = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C$ эканлиги келиб чиқади. Бу икки усул бир хил маънони англатади ва фарқ қилмайдигандай туюлади, лекин, аслида, баъзида белгилаш киритганда иккинчи усули қўл келади. Сабаби, биринчи белгилаш киритиш усулида интеграл остидаги қайси ифодани дифференциаллаш белгиси остига киритиш кераклигини ажратиб олиш қийин бўлиб қолиши мумкин.

Масалан: $\int \sqrt{1 - x^2} dx$ аниқмас интегрални ҳисобланг.

Ушбу интегрални ҳисоблашда x ўзгарувчига $x = \sin t$ каби белгилаш киритиш қулайроқ. Чунки иррационал ифода остидан маълум бир ифода чиқади. Яъни $dx = d(\sin t) = \cos t dt$ белгилашларни ўз ўрнига олиб бориб қўйилса, у ҳолда $\int \sqrt{1 - x^2} dx = \int \cos t \cdot \cos t dt = \int \cos^2 t dt$ ифодага келамиз ва бу интегрални тригонометрик функциялар хоссаларидан фойдаланиб, яъни даража пасайтириб ҳисоблаймиз. $\int \cos^2 t dt = \int \frac{1 + \cos 2t}{2} dt$ бу ифодадан юқоридаги хоссалардан ўзгармас сонни интеграл белгиси ташқарисига чиқариш мумкинлигидан, $\int \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{2}(t + \frac{1}{2} \sin 2t + C)$ эканлигини топамиз. Охирги ифодада белгилаш киритилганлиги учун ўзгарувчиларни ўз ўрнига қўйишдан олдин соддалаштириб оламиз. $x = \sin t$ белгилаш киритилган эди, бундан $t = \arcsin x$

эканлиги келиб чиқади. $\frac{1}{2}(t+\frac{1}{2}\sin 2t+C)=\frac{1}{2}t+\sin t\cos t+C=\frac{1}{2}\arcsin x+x\sqrt{1-x^2}+C$, демак, жавоб $\int\sqrt{1-x^2}dx=\frac{1}{2}\arcsin x+x\sqrt{1-x^2}+C$ эканлиги келиб чиқди.

Албатта, мисолларнинг даражасига қараб бу усул ва бундай мисоллар мактаб ўқувчилари учун мураккаблик қилиши мумкун. Шу сабабдан, албатта, бу усулнинг келиб чиқиши ва қўлланилишини тўлиқ тушунтириб бериш шарт.

Бўлаклаб интеграллаш: фараз қилайлик, $u=f(x)$ ва $v=g(x)$ лар x нинг иккита функцияси ва улар $u'=f'(x)$ ва $v'=g'(x)$ узлуксиз ҳосилаларга эга бўлсин. У вақтда икки функция кўпайтманинг ҳосиласини олиш қоидасига кўра, $(uv)'=u'v+uv'$ ёки $d(uv)=udv+vdu$ ёки $udv=d(uv)-vdu$ бўлади; $d(uv)$ ифода учун, шубҳасиз, uv бошланғич функция бўлади, шунинг учун: $\int udv=uv-\int vdu$ формула ўринлидир.

Бу формула бўлаклаб интеграллаш қоидасини ифодалайди. Юқоридаги келтириб чиқарган формуламиз бўлаклаб интеграллаш формуласини беради ва бу формула икки функция кўпайтмасининг ҳосиласидан келиб чиққан. Энди бу формулани мисолларда тушунтирсак.

Масалан: $\int x\cos xdx$ аниқмас интегрални ҳисобланг.

Бу интегрални ҳисоблашда бўлаклаб интеграллаш формуласидан фойдаланамиз. Яъни $\cos x$ функцияни дифференциаллаш белгиси остига киритамиз ва интеграл қуйидаги кўринишга келади. $\int x\cos xdx=\int xd(\sin x)$ бу ифодада $u=x$, $v=\sin x$ каби белгилаймиз ва юқоридаги формуладан фойдаланамиз. $\int xd(\sin x)=x\sin x-\int\sin xdx=x\sin x+\cos x+C$ эканлиги келиб чиқади.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sinxcos^2xdx$ аниқ интегрални ҳисобланг.

Шу каби мисоллар мактаб дарсликларида ёки тестларда учраса, у ҳолда бу мисолни ўзгарувчи алмаштириш методи ёрдамида ишлаймиз. Бунинг учун қуйидагича амал бажарамиз.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sinxcos^2xdx=-\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2xd\cos x$, яъни битта ўзгарувчини дифференциал белгиси остига киритилади. $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2xd\cos x=-\frac{\cos^3 x}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=0-(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$ ва натижага эга бўламиз.

Энди аниқмас интегралнинг бўлаклаб интеграллаш усулини аниқ интеграллар учун кўриб чиқамиз.

Мисол: $\int_0^1\arcsin xdx$ аниқ интегрални ҳисобланг.

Ечиш: ушбу мисолни ечиш учун аниқ интегралда ҳам худди аниқмас интегралдаги каби бўлаклаб интеграллаш амалини бажарамиз. Бунинг учун,

$$\int_0^1 \arcsin x dx = [u = \arcsin x, du = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx,\ dv = dx,\ v = x]$$

каби белгилашларни амалга оширамиз ва $\int_0^1 \arcsin x dx = x \arcsin x\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ва интегралнинг иккинчи қисмига белгилаш киритиш усулини қўллаймиз.

$$x \arcsin x\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = x \arcsin x\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{dx^2}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$x \arcsin x\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t}} = x \arcsin x\Big|_0^1 - \sqrt{1-t}\Big| = \frac{\pi}{2} - 1$$

эканлиги келиб чиқади.

Хулоса: Биз юқорида аниқ интеграл ҳисоблашда бўлаклаб интеграллаш ва ўзгарувчи алмаштириш усулларини кўриб чиқдик. Таъкидлаб ўтиш лозимки, бугунги кунга келиб, олий таълим муассасаларига кириш имтиҳонларида ушбу усуллар ёрдамида ечимини топиш мумкин бўлган мисол ва масалалар бериб ўтилган. Шунинг учун ҳам ҳозирги кунда умумий ўрта таълимда аниқмас ва аниқ интеграллар ҳисоблаш усулларини ўргатишда юқоридаги каби бир қатор мисол ва масалалардан фойдаланиш самарали натижалар берибгина қолмасдан ўқувчиларнинг фанга бўлган қизиқишларини ҳам оширади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:

1. М.А. Мирзааҳмедов, Ш.Н. Исмаилов, А.Қ. Аманов. Математика: – 11-синф учун дарслик. Тошкент. – 2018.

2. Ш.Р. Хуррамов Олий матаматика. И жилд Чўлпон номидаги нашриёт – матбаа ижодий уйи Тошкент – 2018.

3. Ф.А. Ахмедова, М.М. Хабибуллина, М.Р. Ахмадеева. “Математика ва информатика” фанларидан мавзулаштирилган тестлар тўплами. Тошкент “Спеструм медиа гроуп” нашриёти 2017 й.

4. M.N. Solayeva Teaching the concept of limit with the help of pedagogical research, interdependence of disciplines and methods of pedagogical practice, European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol. 8 No. 5, 2020, Part I ISSN 2056-5852

5. Ф.С. Актамов, А.Ж. Сейтов. М.Н. Солаева. “Умумий ўрта таълим мактабларида Функцияларни ҳосила ёрдамида таҳлил Қилинишининг ноъананавий усуллари, Fizika, Матеmatika va Informatika 2020/5 115–121 betlar.

6. Солаева М.Н., Эшқораев Қ.А., Сейтов А.Ж. Баъзи бир мисолларни ажойиб лимитлар ёрдамида Ноанъанавий услублардан фойдаланиб ечиш усуллари. Муаллим ҳам узлуксиз таълим 1-1 2020 йил 109–113 бетлар

7. Солаева М.Н. Умумий ўрта таълим мактабларида фанлараро боғлиқлик. The journal of Academic research in Educational sciences Issn 2181-1385 Volume 1, issue 3 November 2020, 1 (3), 315-320.