



Integration method of teaching definite integrals in economics

Sherdor AKHMEDOV¹

Andijan machine-building institute

ARTICLE INFO

Article history:

Received March 2023
Received in revised form
15 April 2023
Accepted 25 April 2023
Available online
15 May 2023

Keywords:

Riemann sum,
partial intervals,
cash flows,
external and internal
resources,
integral.

ABSTRACT

This article describes the integration method of teaching the subject “Definite Integrals” in the economic areas of higher educational institutions, sets the task of calculating cash flows coming into any sector of the economy with a certain integral, and also explains mathematical concepts using economic terms. The problem gives and consolidates the mathematical and economic definition of the flows of money coming into various sectors of the economy.

2181-1415/© 2023 in Science LLC.

DOI: <https://doi.org/10.47689/2181-1415-vol4-iss3/S-pp320-324>

This is an open access article under the Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

Iqtisodiy yo‘nalishlarga aniq integral mavzusini o‘qitishda integratsion metod

ANNOTATSIYA

Kalit so‘zlar:

Riman yig‘indisi,
qisman intervallar,
pul oqimlari,
tashqi va ichki resurslar,
integral.

Mazkur maqolada oliy o‘quv yurtlarining iqtisodiy yo‘nalishlarida “Aniq integrallar” mavzusini o‘rgatishda integratsion usul bayon qilinib, iqtisodiyotning istalgan sektorlariga kirib keluvchi pul oqimlarini aniq integral bilan hisoblash masalasi qo‘yilgan hamda matematik tushunchalarni iqtisodiy atamalar yordamida yoritilgan. Iqtisodiyotning turli sektorlariga kirib keyotgan pul oqimi uchun matematik-iqtisodiy ta’rif berilgan va masala orqali mustahkamlangan.

¹ Researcher, Andijan Machine-building Institute.

Интеграционный метод преподавания определенных интегралов в экономике

АННОТАЦИЯ

Ключевые слова:

Сумма Римана,
частные интервалы,
денежные потоки,
внешние и внутренние
ресурсы,
интеграл.

В данной статье описывается интеграционный метод преподавания предмета «Определенные интегралы» по экономическим направлениям высших учебных заведений, ставится задача расчета денежных потоков, поступающих в любые отрасли экономики с определенным интегралом, а также математические понятия объясняется с помощью экономических терминов. В задаче дается и закрепляется математико-экономическое определение потоков денег, поступающих в различные отрасли экономики.

KIRISH

Ta'limning barcha bosqichlarida matematika fanini o'qitish tizimini yanada takomillashtirish, pedagoglarning samarali mehnatini qo'llab-quvvatlash, ilmiy-tadqiqot ishlarining ko'lamini kengaytirish va amaliy ahamiyatini oshirish, xalqaro hamjamiyat bilan aloqalarni mustahkamlash, shuningdek, 2017–2021-yillarda O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha Harakatlar strategiyasini "Ilm, ma'rifat va raqamli iqtisodiyotni rivojlantirish yili"da amalga oshirishga oid davlat dasturida belgilangan vazifalar ijrosini ta'minlash maqsadida maktabgacha, umumiy o'rta, o'rta maxsus, professional, oliy ta'lim tashkilotlari va ilmiy muassasalar o'rtasidagi yaqin hamkorlikni ta'minlovchi yaxlit tizimni shakllantirish masalasi ham o'rta tashlandi. Qo'yilgan vazifalar oliy ta'lim sohalarida ham zamonaviy pedagogik texnologiyalarni keng joriy qilish va yangi milliy pedagogik texnologiyalarni yaratishni taqozo qilmoqda [1].

Oliy ta'lim muassasalarida matematika fanini o'qitishda iqtisodiyot sohalariga moslab darslarni tashkil etish odatiy dars uslublariga qaraganda talabalarda katta qiziqish uyg'otadi. Odatda aniq integralning amaliyotda qo'llanilishi asosan turli xil shakllarning yuzalarini hisoblash, jism hajmini topish masalalari va fizikaning boshqa bir qator sohalariga qaratilgan bo'lib, iqtisodiy sohalaridagi tatbiqlari haqida kamroq to'xtalib o'tiladi [2].

Quyida oliy o'quv yurtlarining iqtisodiy yo'nalishlarida o'quv reja bo'yicha "Aniq integral" mavzusiga oid odatiy dars ma'ruzasini ko'rib chiqamiz (bunda mavzu to'la yoritilmagan holda, asosiy ta'rif va teoremlarni ko'rib o'tganmiz).

MAVZUGA OID ADABIYOTLAR TAHLILI

$[a; b]$ segmentda $y = f(x)$ uzluksiz funksiya berilgan bo'lsin.

1. $[a; b]$ segmentni $a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ nuqtalar bilan n ta bo'lakka bo'lamiz:

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b.$$

Ular qisman intervallar deyiladi.

2. Qisman intervallar uzunliklarini

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0, \Delta x_2 = x_2 - x_1, \dots, \Delta x_n = x_n - x_{n-1}$$

bilan belgilaymiz.

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n.$$

4. Tanlangan nuqtalarda berilgan funksiyaning qiymatini hisoblaymiz:

$$f(\xi_1), f(\xi_2), \dots, f(\xi_n).$$

5. Funksiyaning hisoblangan qiymatlarini mos qisman intervallar uzunliklariga ko'paytmagini tuzamiz:

$$f(\xi_1) \cdot \Delta x_1, f(\xi_2) \cdot \Delta x_2, \dots, f(\xi_n) \cdot \Delta x_n.$$

Hosil bo'lgan ko'paytmalarini qo'shamiz va θ bilan belgilaymiz:

$$\theta = f(\xi_1) \Delta x_1 + f(\xi_2) \Delta x_2 + \dots + f(\xi_n) \Delta x_n \quad (1)$$

θ yig'indi $f(x)$ funksiyaning $[a; b]$ segmentdagi integral yig'indisi yoki *Riman yig'indisi* deyiladi va qisqacha bunday yoziladi:

$$\theta = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \cdot \Delta x_i$$

Integral yig'indi bo'linishlar usuli n ga va tanlab olinadigan nuqtalar $\xi_i (i = 1, n)$ ga bog'liq $\theta = \theta(n; \xi_i)$. Bo'linishlar soni n ni ortira borish hisobiga ($n \rightarrow \infty$) eng katta qisman intervalning uzunligi nolga intiladi, ya'ni $\max \Delta x_i \rightarrow 0$.

1-ta'rif. Agar θ integral yig'indi $[a; b]$ segmentni qisman intervallarga ajratish usuliga va ularning har biridan $\xi_i (i = 1, n)$ nuqtalarni tanlash usuliga bog'liq bo'lmay hamma vaqt yagona I songa intilsa, u holda shu son $[a; b]$ segmentda $f(x)$ funksiyadan olingan aniq integral deyiladi va

$$\int_a^b f(x) d(x)$$

kabi belgilanadi.

Aniq integral ta'rifi va belgilashga asosan:

$$I = \int_a^b f(x) d(x) = \lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i.$$

Teorema 1. Agar $y = f(x)$ funksiya $[a; b]$ segmentda uzluksiz bo'lsa, u integrallanuvchidir, ya'ni bunday funksiyaning aniq integrali mavjuddir.[3]

TADQIQOT METODOLOGIYASI

Ushbu maqolada tizimlashtirish, qiyosiylik, statistik va integratsion tadqiqot usullaridan foydalanilgan.

TAHLIL VA NATIJALAR

Yuqoridagi ma'lumotlardan ko'rinib turibdiki, bu yerda deyarli iqtisodiy tushunchalar tilga olinmagan holda mavzu qisqacha bayon etilgan. Iqtisodiy sektorlardagi kadrlar muammosi bizdan mavzularni integratsion metodlar yordamida olib borishni talab qilmoqda. Bunday metodlar bilan dars olib borish matematika va iqtisodiyot fanlarini ma'lum bir tushunchalarini uyg'unlashtiradi. Bu metoddan asosiy ko'zlangan maqsad matematik tushunchalarni iqtisodiy terminlar va tushunchalar orqali talabalarga yetkazib berishdan iborat. Quyida aniq integral ta'rifini integratsion metod yordamida tushuntirilgan.

Iqtisodiyotning istalgan tarmoqlarida ma'lum vaqt oralig'ida tashqi tomondan kirib keluvchi pullar miqdorlarini aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Faraz qilaylik, $y = f(t)$ funksiya har bir t vaqt mobaynida ixtiyoriy iqtisodiy sektorga kirib kelayotgan resurs miqdorini aniqlovchi funksiya bo'lsin. Bizga $[0; T]$ vaqt oraligidagi iqtisodiy sektorlarga kirib keluvchi umumiy resurs miqdori Y ni aniqlash vazifasi qo'yilsin. Agar $f(t) = \text{const}$ ya'ni, sektorlarga $[0; T]$ kesmadagi $\forall t$ vaqt birligida kirib keluvchi resurslar

miqdori bir xil bo'lsa, umumiy resurs miqdorini $Y = f(c)[(T - 0) = f(c)T$ (bu yerda $c \in [0; T]$ kesmadagi ixtiyoriy o'zgarmas vaqt birligi) formula bilan hisoblanishini anglash qiyin emas.

Agar iqtisodiy sektorga $\left[0; \frac{T}{2}\right]$ vaqt oralig'ida $f(c_1)$ birlik, $\left[\frac{T}{2}; T\right]$ vaqt oralig'ida esa $f(c_2)$ birlik resurs kirib kelsa, u holda $[0; T]$ vaqt oralig'ida umumiy kirib keluvchi resurslar miqdorini $Y = f(c_1) \cdot \frac{T}{2} + f(c_2) \cdot \frac{T}{2}$ formula bilan topish mumkinligini bilish oson.

Ushbu jarayonni $[0; T]$ kesmani cheksiz qismlarga ajratib davom ettirish mumkin. Lekin amaliy hayotda sektorlarga kirib keluvchi resurslar miqdori har bir sektorda turlicha bo'ladi. Shuning uchun berilgan masalaga umumiy holda qarash maqsadga muvofiqdir.

Umumiy holda $y = f(t)$ funksiya $[0; T]$ kesmada ixtiyoriy uzluksiz funksiya bo'lsin. $[0; T]$ kesmani quyidagi vaqt oraliqlariga ajratib chiqamiz:

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = T$$

U holda iqtisodiyot sektorlariga kirib keluvchi umumiy resurs miqdori Y uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$Y = \sum_{i=1}^n \Delta Y_i \approx \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta t_i$$

$[t_{i-1}; t_i]$ vaqt oralig'ida kirib kelgan resurs miqdori ΔY_i ni taqriban $\Delta Y \approx f(c_i) \Delta t_i$ formula bilan hisoblashimiz mumkin. Bu yerda, $c_i \in [t_{i-1}; t_i]$ va $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}, i = 1, 2, 3, \dots$.

$\Delta Y \approx f(c_i) \Delta t_i$ tenglik qanchalik aniq bo'lsa, Δt_i ning qiymati shunchalik kichik bo'ladi. Demak quyidagi integral yig'indiga ega bo'lamiz:

$$Y = \lim_{\max \Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta t_i \quad (1)$$

(1) tenglikda $\max \Delta t_i$ nolga intilgani sababli yuqorida keltirilgan har bir tenglik aniqlashib boradi. Aniq integralning matematik ta'rifiga ko'ra quyidagi **iqtisodiy ta'rif**ni hosil qilamiz.

Ta'rif. *Iqtisodiy sektorga kirib keluvchi resurs funksiyasi $y = f(t)$ funksiyadan $[0; T]$ kesma bo'yicha olingan aniq integral iqtisodiy sektorga kirib kelayotgan umumiy resurs miqdori deyiladi va quyidagicha yoziladi:*

$$Y = \int_0^T f(t) dt \quad (2)$$

Masala. Andijon viloyatida joylashgan "Asaka bank" filialining omonat kassalariga kirib keluvchi mablag'lar kun davomida $f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ empirik formula bilan o'zgarsa, T soatlik ish kuni uchun jami qancha mablag' bank hisobiga kelib tushishini aniqlang.

Yechish. Berilgan masalani yechish uchun hosil qilingan **iqtisodiy ta'rif**dan foydalanamiz. Shartga ko'ra berilgan vaqt oralig'i $[0; T]$ kesma bo'ladi.

$$Y = \int_0^T f(t)dt = \int_0^T (at^3 + bt^2 + ct + d)dt$$

$$Y = \frac{1}{4}at^4 + \frac{1}{3}bt^3 + \frac{1}{2}ct^2 + dt \Big|_0^T = \frac{1}{4}aT^4 + \frac{1}{3}bT^3 + \frac{1}{2}cT^2 + dT \quad \text{so'm.}$$

XULOSALAR

Iqtisodiyotning istalgan sektorlariga $[0;T]$ vaqt oralig'ida kelib tushuvchi resurslar miqdorini aniq integral yordamida aniqlash mumkin degan xulosaga kelamiz. Faqat masala qo'yilayotgan sektorlarning shu vaqt oralig'ida resursning o'zgarishini ifodalovchi empirik funksiyalari turli xil ko'rinishda bo'ladi xolos. Bu esa iqtisodiy yo'nalishlarda tahsil olayotgan talabalarga aniq integral mavzusini tushuntirishga qulaylik yaratadi. Chunki talabalar kelajakda iqtisodiyotning faqatgina bir yo'nalishida faoliyat olib bormaydilar balki, ayrimlari bank ishi, mikroiqtisodiyot, audit yoki sanoat iqtisodiyoti va h.k. yo'nalishlarda faoliyat olib boradi. Shuning uchun biz yuqorida bayon qilgan umumiy qoidalar iqtisodiyotning istalgan sektoriga ***ma'lum vaqt oralig'ida kirib keluvchi yoki undan chiqib ketuvchi resurslar miqdori (masalan bozorga kunlik kirib keluvchi pul oqimi, soliqlardan tushadigan pul oqimlari va h.k.)ni*** hisoblash imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 07.05.2020 yildagi "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi PQ-4708-sonli qarori.
2. Ахтямов, А.М. Математика для социологов и экономистов: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 464 с.
3. Paul W. Britt, M.S. Calculus with Business and Economic Applications/ LOUISIANA STATE UNIVERSITY BATON ROUGE, LOUISIANA, 2010.- 122 p
4. Chalkiadakis, G., Elkind, E., Markakis, E., Polukarov, M., Jennings, N.: Cooperative Games with Overlapping Coalitions. Journal of Artificial Intelligence Research (JAIR), 39: 179–216. (2010)
5. Farinelli, A., Bicego, M., Ramchurn, S. Zucchelli, M.: C-link: a hierarchical clustering approach to large-scale near-optimal coalition formation. Proceedings of the Twenty-Third International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI, 106–112. (2013)
6. Бинмор, К. Теория игр. Очень краткое введение/ К.Бинмор.-М.:ИД «Дело» РАНХиГСБ 2019.-256с.
7. Менкес М.В. Групповая и парная форма работы на уроках математики // М.В. Менкес. – 2016. [электронный ресурс], – режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/627441/>
8. <https://cyberleninka.ru/article/n/hosilaning-tadbiqlari-mavzusini-o-qitishda-innovatsion-pedagogik-yondoshuv>
9. www.skillgrover.com – Finlyandiya matematika onlayn platformasi.
10. <https://mathnet.uz> – Milliy matematika interaktiv online platformasi.