



## Section of surfaces in the second order of the general view around the circle of a given radius

Shmidt MURADOV<sup>1</sup>, Khusan RAKHMONJONOV<sup>2</sup>, Ismoil OZODOBOYEV<sup>3</sup>

Tashkent State Pedagogical University named after Nizami

---

### ARTICLE INFO

**Article history:**

Received April 2021

Received in revised form

20 April 2021

Accepted 15 May 2021

Available online

15 June 2021

---

### ABSTRACT

In this paper, we consider the line of intersection of two surfaces of the second order of general form, having tangencies at two points, which split into two curves of the second order. Based on this property, it is possible to determine the position of a circle along a predetermined shape on surfaces of the second order of a general type.

2181-1415/© 2021 in Science LLC.

This is an open access article under the Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

---

**Keywords:**

surfaces of the second order of general form, triaxial ellipsoid, elliptic cone, elliptic paraboloid, elliptical hyperboloids (single-lane, two-lane) and elliptical cylinder, shape parameters, radius, circle.

## Берилган радиус айланаси бўйлаб умумий кўринишнинг иккинчи тартибли юзалари бўлими

---

### АННОТАЦИЯ

**Калит сўзлар:**  
умумий шаклдаги иккинчи тартибли юзалар, уч ўқли эллипсоид, эллиптик конус, эллиптик параболоид, эллиптик гиперболоидлар (бир қаторли, икки қаторли) ва эллиптик цилиндр, шакл параметрлари, радиус, айланা.

Ушбу мақолада, биз иккинчи даражали иккита эгри чизиққа бўлинадиган иккита нуқтада тегинишларга эга бўлган умумий шаклдаги иккинчи даражали иккита сиртнинг кесишиш чизигини кўриб чиқамиз. Ушбу хусусиятга асосланиб, умумий турдаги иккинчи даражали юзаларда олдиндан белгиланган шакл бўйлаб айлананинг ҳолатини аниқлаш мумкин.

<sup>1</sup> Professor, Tashkent State Pedagogical University named after Nizami. Tashkent, Uzbekistan.

<sup>2</sup> Master's student, Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, Tashkent, Uzbekistan.

<sup>3</sup> Master's student, Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, Tashkent, Uzbekistan.

# Сечение поверхностей второго порядка общего вида по окружности заданного радиуса

## АННОТАЦИЯ

**Ключевые слова:**

поверхности второго порядка общего вида, трёхосный эллипсоид, эллиптический конус, эллиптический параболоид, эллиптические гиперболоиды (однополосный, двухполосный) и эллиптический цилиндр, параметры формы, радиус, окружность.

В настоящий работе рассматривается линия пересечения двух поверхностей второго порядка общего вида имеющих касания в двух точках, которые распадаются на две кривые второго порядка. На основании этого свойства можно определить положения окружности по наперед заданной формы на поверхностях второго порядка общего вида.

Как известно, поверхности второго порядка изучаются с целью применения их при конструировании различных деталей для механизмов в машиностроении и проектировании различных элементов строительных сооружений. Поэтому исследование и определение положения плоскостей пересекающих поверхностей второго порядка по наперед заданным параметрам имеют важную роль для теоретических и практических исследований.

В данной работе рассматриваются способы определения положений секущих плоскостей пересекающих поверхностей второго порядка общего вида для получения окружности заданного радиуса. Прежде всего важно выяснить при каких случаях в сечении поверхности второго порядка общего вида с плоскостью получается окружность. Если некоторая плоскость  $P$  пересекает данную поверхность второго порядка общего вида по окружности радиуса  $R$ , то и всякая плоскость параллельная плоскости  $P$  пересекает эту поверхность по окружности, данного радиуса. Кроме того, если существует семейство плоскостей, пересекающиеся поверхности второго порядка общего вида по окружностям, то существует еще одно семейство плоскостей (симметрично к первой относительно плоскости симметрии поверхностей), также определяющих положения круговых сечений. Таким образом, для поверхностей второго порядка общего вида существует двухпараметрическое множество плоскостей, пересекающих данных поверхностей по окружностям. Среди этих плоскостей существует такие плоскости, которые пересекают поверхности второго порядка общего вида по окружностям по наперед заданным радиусом  $R$ .

Среди поверхностей второго порядка общего вида как трехосный эллипсоид, эллиптический конус, эллиптические однополосные и двуполосные гиперболоиды, эллиптический параболоид и эллиптические цилиндры имеют круговые сечения.

Как известно, в работе [5] графоаналитическим методом рассмотрены способы определения положения фронтально и профильно-проецирующих плоскостей, пересекающих поверхностей второго порядка общего вида по наперед заданным параметрам эллипса. Если параметры формы наперед заданного эллипса равны между собой ( $2a_1=2b_1$ ), то можно определить значения К-тangенс угла

наклона кругового сечения с плоскостью **XOY** и значения **h**-точки пересечения искомой плоскости с осью **OZ**. Этим самым определяется положения плоскостей пересекающих поверхностей второго порядка общего вида по круговым сечениям.

Как известно, существует следующая теорема: Если две поверхности второго порядка общего вида имеют касания в двух точках, то линия их пересечения распадаются на две кривые второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки касания. [1,2,3,4]

На основание этой теоремы графическим методом можно определить положения окружностей заданного радиуса на поверхности второго порядка общего вида.

На примере пересечения эллиптического конуса с эллиптическим цилиндром имеющих общие касания в двух точках определяется кривая четвертого порядка, которые распадаются на две кривые второго порядка.

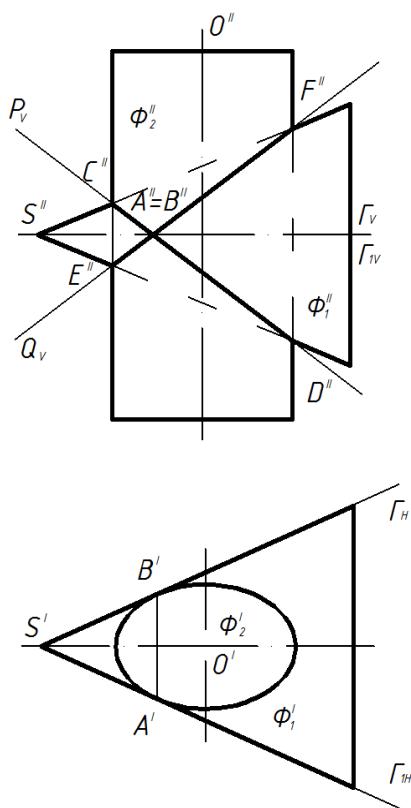


Рисунок 1

Поверхности 2-го порядка общего вида  $\Phi_1^2$  и  $\Phi_2^2$  имеют две общие касательные плоскости  $\Gamma(\Gamma_H, \Gamma_V)$  и  $\Gamma_1(\Gamma_{1H}, \Gamma_{1V})$  в точках касания  $A(A^I, A^{II})$  и  $B(B^I, B^{II})$ . Поэтому они пересекаются по двум кривым второго порядка, расположенным в плоскостях  $P(P_V)$  и  $Q(Q_V)$ . рисунок 1

Так как прямая  $AB$  ( $A^I B^I, A^{II} B^{II}$ ) перпендикулярна плоскости проекции  $V$ , то плоскости  $P(P_V)$  и  $Q(Q_V)$  фронтально-проецирующие. Следовательно, принадлежащие им кривые 2-го порядка проецируются на плоскость  $V$  в отрезки  $C''D''$  и  $E''F''$ , принадлежащие соответствующим фронтальным следам плоскостей  $P_V$  и  $Q_V$ . На основание этого примера если поверхности второго порядка общего вида с

поверхностью сферы имеют общие касания в двух точках, то они между собой пересекаются по двум окружностям.

Это положение можно использовать для определения наперед заданной окружности на поверхностях второго порядка общего вида. Чтобы определить положение окружности радиуса  $R$  на поверхностях второго порядка, общего вида сначала необходимо определить положение плоскостей, пересекающих данные поверхности по окружностям.

Определение направлений плоскостей, пересекающих поверхности трехосного эллипсоида и эллиптического конуса по окружности, показано на рисунках 2 и 3.

На основе приведенных выше теорем можно определить направления круговых сечений на поверхностях второго порядка, общего вида использовать сферические поверхности, проведенные на профильной плоскости проекции в точках  $A(A''')$  и  $B(B''')$  трехосного эллипсоида и эллиптического конуса.

На рисунке 2 определено направление фронтально-проецирующих плоскостей  $G_v$  и  $G_{1v}$  которые пересекают по круговым сечением трёхосный эллипсоид. Для этого, проводим сферу с центром в точке  $O_1'''$  радиуса  $R_1$ , которая касается в двух точках  $A'''$  и  $B'''$  профильной проекции поверхности данного трехосного эллипсоида.

По условию теоремы, поверхности сфера и трехосный эллипсоид пересекаются на фронтальной проекции по окружностям  $C''D''$  и  $E''F''$ , проходящих через точки  $A'' \equiv B''$  по направлению плоскостей  $G_v$  и  $G_{1v}$ . Определим положение точки  $M''$  в середине окружности  $C''D''$ , которая является направлением окружностей.

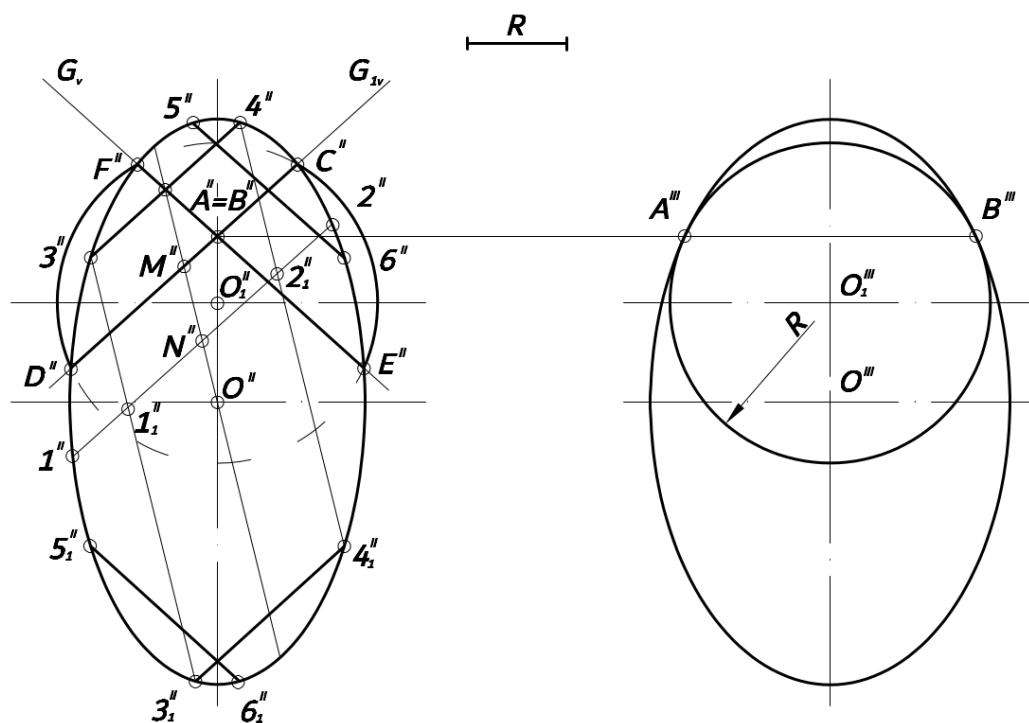


Рисунок 2

Проводится произвольное сечение  $1^{\text{II}}2^{\text{II}}$  параллельно плоскости  $G_1v$  окружности. Определяется точка  $N^{\text{II}}$  которая находится в середине этого сечения, и она соединяется с точкой  $M^{\text{II}}$ . При этом находится сопряженный диаметр, проходящий через точку  $O^{\text{II}}$  поверхности эллипсоида. За тем по обе стороны от точки  $N^{\text{II}}$ , принадлежащей прямой  $1^{\text{II}}2^{\text{II}}$ , откладывается радиус  $R$  заданной окружности. Через полученные точки  $1_1^{\text{II}}$  и  $2_1^{\text{II}}$ , проводится прямую параллельную сопряженной диаметру  $O^{\text{II}}M^{\text{II}}$  и определяем точку  $3^{\text{II}}, 3_1^{\text{II}}$  и  $4^{\text{II}}, 4_1^{\text{II}}$ , которые находятся на фронтальной проекции трехосного эллипсоида. Отрезки  $3^{\text{II}}4^{\text{II}}$  и  $3_1^{\text{II}}4_1^{\text{II}}$  является проекцией окружности заданного радиуса  $R$ . Симметрично этой окружности строятся отрезки  $5^{\text{II}}6^{\text{II}}$  и  $5_1^{\text{II}}6_1^{\text{II}}$ , которые являются также проекциями окружности заданного радиуса  $R$ . Таким образом на трехосного эллипсоида строится 4 окружности заданного радиуса  $R$ .

Определения положения плоскостей, пересекающих эллиптического конуса по заданной окружности  $R$  графически выполняется такой последовательности как на трехосном эллипсоиде показано на рисунок 3.

Определение положение плоскостей пересекающих поверхностей второго порядка общего вида эллиптического параболоида, эллиптического гиперболоидов и эллиптического цилиндра по заданной окружности строятся на основе выше приведенного графического метода.

Для стыковки воздуховодов или сварочного производства различных механизмов состоявший из поверхностей второго порядка общего вида можно применить, когда стык двух изделия является окружностью заданного радиуса  $R$ .

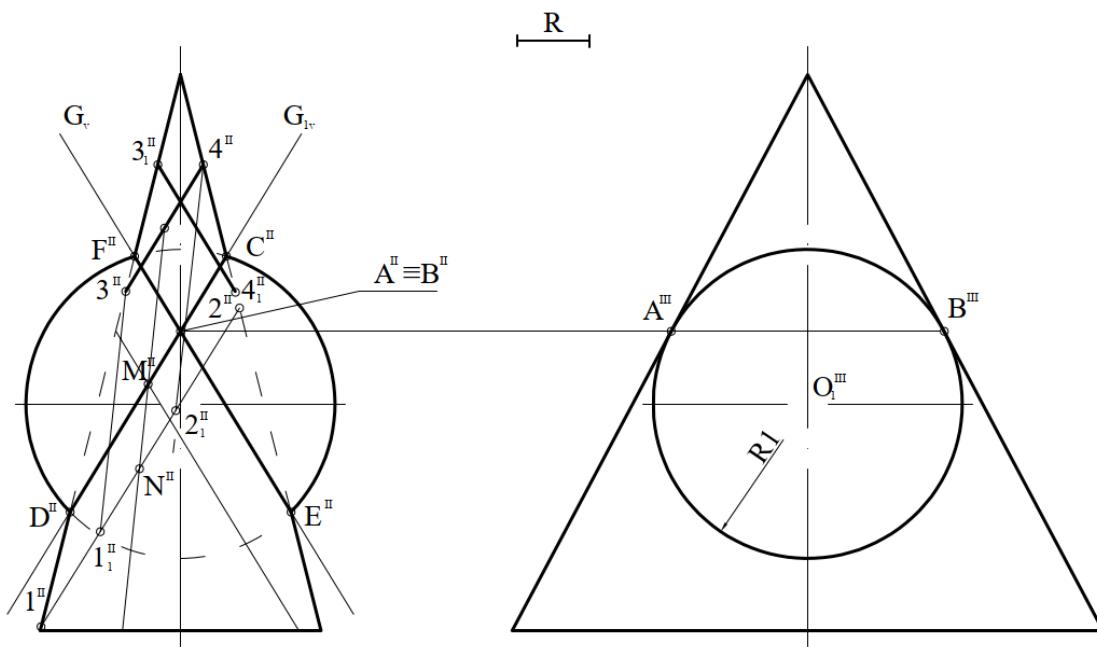


Рисунок 3

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ:**

1. Бубенников А.В. и Громов М.Я. Начертательная геометрия, М, “Издательство”. Высшая школа 1973.
2. Муродов Ш.К. Адилов П. и другие. Чизма геометрия курси “Издательство”. “Укитувчи” Ташкент 1988.
3. Фролов С.А. Начертательная геометрия, М, “Издательство” “Мошинастроения” 1978.
4. Четверухин Н.Ф. и другие. Начертательная геометрия. Издательства, М, «Высшая школа». 1963.
5. Муродов Ш.К. Аналитико-графические методы решения обратных метрических задачах и их применение в инженерной практике. Ташкент, Издательство “ФАН” 1986.